Exercices de géométrie

Exercice 1. Soit ABC un triangle rectangle en A et notons H le pied de la hauteur de A sur BC. Montrer que $AC^2 = CH \times CB$ et $AH^2 = BH \times CH$.

Exercice 2. Construire le triangle ABC étant donnés

a) c, h_a et β (h_a désigne la longueur de la hauteur issue de A)

b) c, h_b et β

c) h_a, m_a et β (m_a désigne la longueur de la médiane issu de A).

Exercice 3. Etant donné un triangle ABC, trouver tous les points C' du plan tel que l'aire du triangle ABC' soit égale à celle du triangle ABC.

Exercice 4. Soit ABC un triangle de côtés a, b et c, d'aire F, de rayon du centre circonscrit R et de rayon du cercle inscrit r. Montrer que

a) $F = \frac{1}{2}(a+b+c)r$

b) $F = \frac{abc}{4R}$

Exercice 5. Soient k_1 et k_2 deux cercles qui se coupent en A et B. Soient C et D deux points sur k_1. (AC) intersecte k_2 encore en E et (BD) intersecte k_2 encore en F. Montrer que (CD) est parallèle à (EF).

Exercice 6. Soient k_1 et k_2 deux cercles de centres C_1 et C_2 qui se coupent en P et Q. (PC_2) intersecte k_1 encore en A et (PC_1) intersecte k_2 encore en B. Montrer que A, B, C_1, C_2 et Q se trouvent sur un même cercle.

Exercice 7. Soient k_1 et k_2 deux cercles de centres C_1 et C_2 qui se coupent en A et B. On suppose que C_1 se trouve sur k_2. Notons t_1 et t_2 les tangentes en A à k_1 et k_2 respectivement. Montrer que l'angle entre (AB) et t_1 est le même que celui entre t_1 et t_2.

Exercice 8. Dans un triangle ABC, montrer que la bissectrice de l'angle en C et la médiatrice de $[AB]$ se coupent sur le cercle circonscrit.

Exercice 9. Soit ABC un triangle (surprise !). Notons O le centre du cercle circonscrit. Montrer qu'une perpendiculaire issue de C sur une antiparallèle de AB passe par O.

Exercice 10. Montrer que les symétriques de l'orthocentre H par rapport aux côtes (symétrie axiale) ainsi que par rapport aux milieux des côtés (symétrie centrale) se trouvent sur le cercle circonscrit du triangle ABC.

Exercice 11. Soit ABC un triangle et notons I_A, I_B et I_C les points de contacts du cercle inscrit avec les côtés du triangle. Exprimer les angles du triangle $I_AI_BI_C$ en fonction de ceux du triangle ABC.

Exercice 12. Soit ABC un triangle d'orthocentre H et de centre du cercle circonscrit O.

a) Montrer que O est l'orthocentre du triangle $M_AM_BM_C$, le triangle formé par les milieux des côtés de ABC.

b) Montrer que H est le centre du cercle inscrit du triangle $H_AH_BH_C$, le triangle formé par les pieds des hauteurs de ABC.