

## La rentrée

**Exercice 1.** Dans une salle de cours, qui a la forme d'un hexagone régulier de côté 5m, on a placé 6 ronfléomètres, un dans chaque coin. Chaque ronfléomètre indique le nombre d'étudiants qui se trouvent à moins de 5 mètres du ronfléomètre et qui dorment en cours. Combien d'étudiants dorment, si la somme des nombres affichés par les 6 ronfléomètres est 7.

**Exercice 2.** Ga, Bu, Zo et Meu ne sont pas très fiables. Certains d'entre eux sont des menteurs invétérés, d'autres disent toujours la vérité. On leur demande « combien y a-t-il de menteurs parmi vous ? » Ga dit qu'il y a un menteur, Bu dit qu'il y a en a deux, Zo dit qu'il y en a trois et Meu dit qu'il y en a quatre.

A qui peut-on faire confiance ?

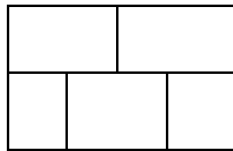
**Exercice 3.** Soit un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle de rayon 1. Montrez que la longueur de son côté le plus court ne peut pas être supérieure à  $\sqrt{2}$ . Est-ce que la même chose est vraie pour un quadrilatère croisé ?

**Exercice 4.** Bob fait la cuisine. On lui demande de verser exactement 100 ml d'eau. Or, il ne dispose que d'un verre de 20 cl et d'une petite bouteille de 50 cl. Comment doit-il s'y prendre pour obtenir la bonne quantité d'eau ?

Même question si le verre fait 30 cl.

Et si le verre fait 25 cl ?

**Exercice 5.** Sur la figure ci-dessous, composée de 16 segments, peut-on dessiner sans lever le crayon une courbe qui traverse chaque segment une et une seule fois ?



**Exercice 6.** Peut-on remplir un damier 10x10 avec 25 petits rectangles 1x4 ?

**Exercice 7.** 1000 Shadoks veulent traverser un désert. Il n'y a qu'une oasis, au tout début, et chaque Shadok peut porter autant d'eau qu'il lui est nécessaire pour traverser la moitié du désert.

Combien de Shadoks sortiront indemnes de cette traversée ?

**Exercice 8.** Un garde du pénitencier a entendu une grosse explosion dans la cellule des Dalton. Au moment où il entre, Jo dit : « c'était pas moi ! » Puis Jack dit : « C'était Averell ! » William répond : « Non, c'était Jack ! » Enfin, Averell déclare : « Jack est un menteur ! »

Seul l'un d'entre eux dit la vérité. Qui a malencontreusement fait sauter la dynamite ?

**Exercice 9.** Une fonction  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  est strictement monotone et vérifie les deux conditions suivantes :

1.  $f(2) = 2$  ;

2.  $f(mn) = f(m)f(n)$  quels que soient  $m$  et  $n$ .

Montrez que c'est la fonction identité (i.e.  $f(n) = n$  pour tout  $n$ ).