

**Problème 1.** Le jeu des allumettes se joue à deux joueurs. Prenez un paquet d'allumettes, et étalez-les sur la table. À tour de rôle, chaque joueur peut prendre 1, 2 ou 3 allumettes. Le joueur qui prend la dernière allumette gagne.

Trouver une stratégie gagnante pour un des joueurs.

En fonction du nombre d'allumettes au début, quel joueur peut être sûr de gagner ?

Que se passe-t-il si les coups autorisés sont cette fois les puissances de 2 (1, 2, 4, 8, ...) ou les nombres premiers ?

**Problème 2.** Cinq pirates cherchent à se partager un butin de 100 pièces d'or. Ils possèdent entre eux une hiérarchie très établie quand il s'agit de prendre des décisions : du plus fort au plus faible, Anne Bonny, Barbe Noire, Ching Shih, Denys le Phocéen, Edward England. Ils procèdent au partage des pièces de la manière suivante :

- Le pirate le plus fort propose une répartition.
- Tous les pirates votent pour ou contre cette répartition. En cas d'égalité, le pirate le plus fort décide.
- Si le résultat du vote est favorable, on adopte cette répartition sans plus de discussion. Sinon, on jette le plus fort par dessus bord, et on recommence avec les pirates restants.

Chacun des pirates a pour principal objectif de rester vivant, puis cherche à obtenir le plus de pièces possibles. Si après tout cela il est possible de jeter un camarade à la mer, il saisit l'occasion. Les pirates ne se font pas confiance, et n'élaborent pas de stratégie ensemble.

Quelle est la stratégie optimale pour Anne Bonny ?

**Problème 3.** On dispose d'un très grand plat circulaire, et d'une infinité de boîtes de conserve. Chacun à son tour, les joueurs déposent une boîte de conserve dans le plat. Le perdant est celui qui n'a plus de place pour mettre une boîte.

Trouver une stratégie gagnante pour un des joueurs.

**Problème 4.** Sur un damier de taille  $n \times m$ , où  $n, m \geq 2$ , on pose une tour, sur une case au hasard. La tour se comporte comme aux échecs : elle peut avancer horizontalement ou verticalement, d'autant de cases qu'elle veut. Chacun à leur tour, les joueurs font avancer la tour, sans avoir le droit de revenir sur une position précédemment occupée.

Trouver une stratégie gagnante pour un des joueurs.

**Problème 5.** Les échecs marseillais consistent à jouer aux échecs normalement, sauf que chaque joueur joue deux coups à chaque tour. Montrer que le deuxième joueur ne peut pas avoir de stratégie gagnante.

**Problème 6.** On dispose d'une tablette de chocolat rectangulaire. Le carré en haut à gauche est empoisonné. Pour prendre un carré, il faut aussi prendre tous les carrés en dessous de lui et à sa droite. Vous partagez la tablette avec un ami, tour à tour, en commençant. Pouvez-vous ne pas finir empoisonné ?

|     |  |  |  |     |  |  |
|-----|--|--|--|-----|--|--|
| $P$ |  |  |  |     |  |  |
|     |  |  |  | $C$ |  |  |
|     |  |  |  |     |  |  |
|     |  |  |  |     |  |  |

**Problème 7.** On pose deux piles de jetons sur la table. Le joueur A peut retirer :

- un nombre (de son choix) de jetons dans *une* des piles,
- ou le même nombre (de son choix) de jetons des *deux* piles.

Ensuite, B fait de même, et ils continuent chacun à leur tour. La personne qui prend le dernier jeton gagne.

Trouver pour quels nombres de jetons initiaux A perd forcément.