

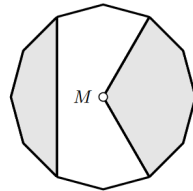
La rentrée 2018

Problème 1. Il était une fois un pays fabuleux dans lequel vivaient deux espèces : les dragons à trois têtes et les bêtes à quarante pattes. Selon les contes, une bête à quarante pattes possède quarante pattes et une seule tête, tandis qu'un dragon à trois têtes possède trois têtes (quelle surprise !) et un certain nombre fixe de pattes. Dans ce pays, on comptait en tout 26 têtes et 298 pattes.

Combien de pattes a un dragon à trois têtes ?

Problème 2. Hugo est invité à une émission télévisée, qui se déroule de la manière suivante : le présentateur montre à Hugo trois boîtes, A, B et C. Dans une des boîtes, il y a un chèque d'un million d'euros, et dans les deux autres un bonbon. Le présentateur invite Hugo à choisir une boîte, et il choisit la boîte C. Ensuite, le présentateur ouvre la boîte A, qui contient un bonbon, et propose à Hugo deux choix : conserver son choix de la boîte C, ou changer pour la boîte B. Que doit faire Hugo pour avoir le plus de chance d'emporter le million d'euros ?

Problème 3. Sur une île en forme de dodécagone régulier vivent deux personnes : Laura et Alex. La partie blanche appartient à Alex, tandis que la partie grise appartient à Laura. Qui possède le plus de terre ?



Problème 4. On colorie les sommets d'un heptagone régulier en noir et en blanc. Montrer qu'il y a trois sommets de la même couleur qui forment un triangle isocèle. Qu'en est-il pour un octogone ? Plus généralement, pour quels n -gones le résultat est-il encore valide ?

Problème 5. Alice et Bob comptent avec les doigts de leurs mains, chaque doigt étant soit levé soit baissé. Alice remarque qu'avec une main, elle peut compter bien plus loin que jusqu'à cinq.

a) Jusqu'à quel nombre maximal m peut-elle compter avec une main ?

Bob est fasciné par cette manière de compter mais il veut la rendre encore plus efficace. Il se demande s'il est possible de compter jusqu'à m de sorte qu'entre deux nombres consécutifs, on ne bouge qu'un doigt.

b) Est-ce possible ?

Problème 6. Quel est le nombre de disques de diamètre 1 nécessaires pour recouvrir un disque de diamètre 2 ?

Problème 7. On dispose de deux mèches, dont on sait uniquement que chacune d'elles brûle en une heure exactement ; elles ne sont pas forcément de même longueur ni de même épaisseur sur toute la longueur. Comment, en n'utilisant que ces deux mèches et un briquet, mesurer 45 minutes exactement ?

Problème 8. Existe-t-il une ligne fermée brisée, composée de 11 segments, telle que chaque segment coupe exactement un autre ?

Problème 9. Pierre a un verre de lait et un verre de thé. Il prend trois cuillères de lait, les verse dans le verre de thé, mélange bien, puis reverse trois cuillères de mélange dans le verre de lait. Est-ce qu'il y a maintenant plus de thé dans le verre de lait ou de lait dans le verre de thé ?

Problème 10. Dans une salle de cours, qui a la forme d'un hexagone régulier de côté 5 mètres, on a placé six ronflomètres, un dans chaque coin. Chaque ronflomètre indique le nombre d'étudiants qui se trouvent à moins de 5 mètres du ronflomètre et qui dorment en cours. La somme de nombres affichés par les six ronflomètres est 7. Combien d'étudiants dorment ?