

Ensembles convexes

Problème 1. Montrer que les ensembles suivants sont convexes :

- $[0, 1]$ et $[0, +\infty[$.
- Le carré : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq 1\}$.
- Le disque : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Problème 2.

1. Montrer que tous les triangles sont convexes.
2. Montrer que pour tout $n \geq 4$, il existe des polygones à n côtés non convexes.

Problème 3. Trouver les ensembles convexes de \mathbb{R} .

Problème 4. Est-ce que...

- l'intersection de deux convexes est convexe ?
- l'union de deux convexes est convexe ?

Problème 5. Soient A_1, \dots, A_k des points du plan.

1. Quelle est l'enveloppe convexe E de $\{A_1, \dots, A_k\}$? Quels sont ses points extrémaux ?
2. Montrer que tout point de E s'écrit comme barycentre de *trois* points A_i, A_j, A_k .