

Série 6 : Divisibilité.**Problème 1**

1. Est-il vrai que si n est divisible par 3 et par 4, alors il est divisible par 12 ?
2. Est-il vrai que si n est divisible par 4 et par 6, alors il est divisible par 24 ?
3. Le nombre n n'est pas divisible par 3. Est-ce que $2n$ peut être divisible par 3 ?
4. Est-il vrai que si n est pair alors $3n$ est divisible par 6 ?
5. Est-il vrai que si $15n$ est divisible par 6, alors n est divisible par 6 ?

Problème 2 Montrez qu'un nombre est un carré si et seulement si il a un nombre impair de diviseurs.

Problème 3 Montrez que le produit de trois nombres consécutifs est toujours divisible par 6.

Problème 4 Montrez que le produit de 5 nombres consécutifs est divisible par

1. 30
2. 120.

Problème 5 Soit p un nombre premier. Combien existe-t-il de nombres inférieurs à p^2 qui sont premiers à p^2 ?

Problème 6

1. Est-ce que $n!$ peut se terminer par exactement 5 zéros ?
2. Par combien de zéros se termine $100!$?

Problème 7 Est-ce qu'un nombre qui s'écrit à l'aide de 100 zéros, 100 chiffres 1 et 100 chiffres 2 peut être un carré ?

Problème 8 Trouver toutes les solutions entières des équations suivantes :

1. $x^2 - y^2 = 29$
2. $x^2 - y^2 = 319$
3. $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$

Problème 9 Soit $56a = 65b$. Montrez que $a + b$ n'est pas un nombre premier.

Problème 10 Montrez que pour tout a et b $\text{pgcd}(a, b) \cdot \text{ppcm}(a, b) = ab$.