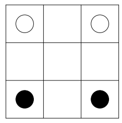
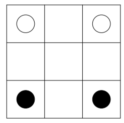
Séance du 17 novembre 2010

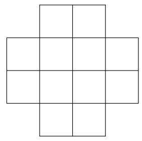
Problème 1 Deux cavaliers blancs et deux cavaliers noirs sont placés dans les cases d'un tableau 3×3 comme sur la figure 1. Peut-on les placer comme sur la figure 2 après quelques pas ?



Dessin 1



Dessin 1



Problème 2 Un cavalier peut-il faire le tour du tableau ci-contre en passant par chaque case une et une seule fois et retourner à la case de départ ?

Problème 3 Dans un pays des Chiffres il y a 9 villes nommés 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Un voyageur y a découvert que deux de ces villes sont reliées par un train direct si et seulement si le nombre a deux chiffres, composé par les noms des deux villes, est divisible par 3. Peut-on aller de la ville 1 à la ville 9 en train (éventuellement avec des changements) ?

Problème 4 * Dans un village il n'y a que 15 maisons. Peut-on les relier par des lignes téléphoniques directes pour que chaque maison soit reliée à exactement 5 autres ?

Problème 5 Dans un pays il y a exactement 100 villes. De chaque ville sortent exactement 4 autoroutes. Combien d'autoroutes y a-t-il dans ce pays ?

Problème 6 Dans une classe il y a exactement 30 élèves. Est-il possible que 9 élèves aient 3 amis (dans cette classe) chacun, 11 élèves aient 4 amis chacun et 10 élèves aient 5 amis chacun ?

Problème 7 Est-il possible que dans un pays où de chaque ville partent exactement 10 routes il y ait exactement 100 villes ?

Problème 8 * Prouvez que parmi tous les gens sur Terre il y a un nombre pair de ceux qui ont echangé un poignée de mains avec quelqu'un un nombre impaire de fois.

Problème 9 Dans un pays "Tout Petit" il n'y a que 15 villes. Chaque ville est lié par une route à au moins 7 autres villes. Montrez qu'il est possible aller de chaque ville a chaque autre.

Problème 10 * Dans un pays "Plus Grand" il y a 100 routes et on peut aller de chaque ville a chaque autre ville (en passant éventuellement par d'autres villes). On a fermé une des routes pour travaux. Montrez qu'on peut toujours aller de chaque ville a chaque autre.

Problème 11 * Soit un graphe à n sommets. Montrez que si les degrés de chaque sommet est supérieur ou égal à $\frac{1}{2}(n-1)$, alors ce graphe est connexe.

Problème 12 * Soit un graphe complet (chaques deux sommets sont liés par une arête) à n sommets. Qual est le nombre maximal d'arêtes qu'on peut enlever en gardant le graphe connexe ?