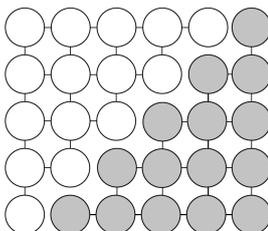


Les nombres

Problème pour jeune Gauss

1. Calculer la somme suivante:

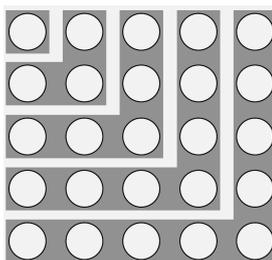
$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100.$$



2. Quelle est $1 + 2 + 3 + \dots + n$?
 3. Quelle est $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$?
 4. Compléter la table suivante:

	1	=
	1 + 3	=
	1 + 3 + 5	=
	1 + 3 + 5 + 7	=
	1 + 3 + 5 + 7 + 9	=

5. Avec la figure suivante, que vaut $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)$?



6. Peux-tu écrire une ligne de plus dans la pyramide?

$$\begin{aligned}
 1 + 2 &= 3 \\
 4 + 5 + 6 &= 7 + 8 \\
 9 + 10 + 11 + 12 &= 13 + 14 + 15 \\
 16 + 17 + 18 + 19 + 20 &= 21 + 22 + 23 + 24 \\
 25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 &= 31 + 32 + 33 + 34 + 35
 \end{aligned}$$

Pourquoi les égalités dans la pyramide sont correctes?

7. Calculer les sommes dans la pyramide suivante

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & = \\ & & & & 3 & + & 5 & & = \\ & & & 7 & + & 9 & + & 11 & = \\ & & 13 & + & 15 & + & 17 & + & 19 & = \\ 21 & + & 23 & + & 25 & + & 27 & + & 29 & = \end{array}$$

Peux tu former une conjecture? Comment on la démontre?

8. Calculer pour $n = 1, 2, 3, 4, 5$ la somme

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3$$

quelle est la formule en générale? Peut tu démontrer?

Calcul mental

1. Expliquer ce qui est remarquable dans la table suivante:

$10 \times 10 = 100$	
$9 \times 11 = 99$	1
$8 \times 12 = 96$	4
$7 \times 13 = 91$	9
$6 \times 14 = 84$	16
$5 \times 15 = 75$	25
\vdots	\vdots

Maintenant, une autre:

$13 \times 13 = 169$	
$12 \times 14 = 168$	1
$11 \times 15 = 165$	4
$10 \times 16 = 160$	9
$9 \times 17 = 153$	16
$8 \times 18 = 144$	25
\vdots	\vdots

2. En regardant seulement la partie encadrée, peut-on calculer mentalement 13×13 ?
3. Maintenant, calculer mentalement $98^2 = 98 \times 98$, en imaginant une table comme ceux-dessus.
4. Calculer mentalement 35^2 , 55^2 , 85^2 . Que dire 59^2 ? Pourquoi ça marche?
5. Supposons qu'on sait que $12^2 = 144$, alors peux-tu calculer mentalement 112^2 ? Peux-tu calculer mentalement 104×109 ? N'importe quel produit de deux nombres proche de 100?
6. Calculer les additions suivantes sans papier:

$$464 + 9, \quad 414 + 59, \quad 314 + 159$$

7. Calculer les soustractions suivantes sans papier:

$$83 - 9, \quad 83 - 39, \quad 1234 - 567$$

8. Calculer les multiplications suivantes sans papier:

$$38 \times 32, \quad 83 \times 87, \quad 41 \times 44.$$

9. Si vous multipliez deux nombres à trois chiffres ensemble, pouvez-vous immédiatement déterminer combien de chiffres peut comporter la réponse ?
10. Quel est le nombre de chiffres possibles dans le résultat de la multiplication d'un nombre à quatre chiffres par un nombre à cinq chiffres ?
11. Quel est le règle général?
12. Combien de chiffres a le résultat de la division d'un nombre à m chiffres par un nombre à n chiffres?